

MODEL 2 – BAC MATEMATICĂ MATE-INFO

www.mateinfo.ro

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- ♦ Toate subiectele (I, II, III) sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- ♦ Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- ♦ La toate subiectele se cer rezolvări complete.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

- (5p) 1. Calculați $\sqrt[3]{64} + \log_2 \sqrt[3]{64}$.
- (5p) 2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2^{x-1}$. Să se calculeze $f(2) + f(3) + \dots + f(10)$.
- (5p) 3. Să se rezolve în $\mathbb{R}$ ecuația $\sqrt{x^2 - 6x} = 3x$.
- (5p) 4. Să se calculeze probabilitatea ca, alegând un număr din mulțimea $A = \{8, 9, 10, \dots, 40\}$ acesta să fie divizibil cu 4.
- (5p) 5. Se consideră vectorii $\vec{u} = 3\vec{i} - 5\vec{j}$ și $\vec{v} = -4\vec{i} - 2\vec{j}$. Determinați coordonatele vectorului $\vec{w} = 2\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v}$.
- (5p) 6. Într-un triunghi ABC se cunosc $AB = 12$, $BC = 8$, $AC = 6$. Să se calculeze $\cos B$.

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1. Se consideră sistemul
$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ 5x + 3y + z = 0 \\ x + 3y + 5z = 0 \end{cases}$$
 și matricea $O_3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$. Se notează cu A

matricea sistemului.

- (5p) a) Să se calculeze determinantul și rangul matricei A .
- (5p) b) Să se rezolve sistemul.
- (5p) c) Să se găsească o matrice $B \in M_3(\mathbb{R})$, $B \neq O_3$ astfel încât $A \cdot B = O_3$.
2. Se consideră $a \in \mathbb{R}$ și ecuația $x^4 + (a-2)x^3 + (a^2 - 2a + 4)x^2 - x + 1 = 0$.
- (5p) a) Să se calculeze $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$.
- (5p) b) Să se arate că ecuația dată nu are toate rădăcinile reale.
- (5p) c) Să se demonstreze că ecuația dată nu admite pe -2 drept rădăcină triplă.

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

1. Fie funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{\pm 1\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{x^3 - 6x + 5}{x^2 - 1}$.

(5p) a) Determinați rădăcinile ecuației $f(x) = 0$.

(5p) b) Determinați ecuațiile asimptotelor la G_f .

(5p) c) Calculați $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)^{\frac{x^3 + 1}{2x}}$.

c) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{f(x)}{x} \right)^{\frac{x^3 + 1}{2x}}$.

2. Se consideră funcția $f: \mathbf{R} \setminus \{-5, 0\} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = \frac{1}{x(x+5)}$.

(5p) a) Să se calculeze $\int_1^n f(x) dx$, $n \geq 2$, $n \in \mathbf{N}$.

(5p) b) Dacă se notează integrala de la a) cu I_n , să se determine $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$.

(5p) c) Fără a calcula efectiv integrala, să se arate că $\frac{1}{3} \leq \int_4^7 x(x-3) f(x) dx \leq 1$.